

QUARKS ET GLUONS À HAUTE TEMPÉRATURE

Jean-Yves Ollitrault*

Service de Physique Théorique
CEA Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette cedex

Résumé

Ce cours est une introduction élémentaire à la physique du plasma de quarks et de gluons à haute température et son étude perturbative. Après une discussion des ordres de grandeur essentiels, on montre l'importance des phénomènes de polarisation, par lesquels se manifeste l'essentiel des interactions à très haute température, et une conséquence phénoménologique possible, la suppression du J/Ψ dans les collisions de noyaux lourds ultrarelativistes.

Abstract

These lectures are an elementary introduction to the physics of the quark-gluon plasma at high temperature and its perturbative study. We first discuss the orders of magnitude of the relevant physical quantities. Then we show the importance of polarization phenomena, through which the interactions appear in the high temperature plasma, and briefly discuss a phenomenological issue, the J/Ψ suppression in ultrarelativistic heavy ion collisions.

1 Introduction

Le plasma de quarks et de gluons est l'état hypothétique de la matière nucléaire à très haute densité et/ou température, prédit par la théorie des interactions fortes. Sa détection et son étude expérimentale au moyen des collisions d'ions lourds ultrarelativistes au CERN sont présentées dans cette école par Christian Kuhn et Michel Gonin. L'étude théorique, qui est l'objet de ce cours, a plusieurs volets. Une question essentielle est, bien sûr, de savoir à quelle température et quelle densité se forme le plasma de quarks et de gluons, et si cette formation

s'effectue à travers une transition de phase, du premier ou du second ordre, ou de manière continue. Ce passage ayant lieu dans un domaine d'énergie où les interactions fortes sont trop fortes pour être étudiées par des calculs de perturbation, on ne peut l'étudier quantitativement qu'au moyen de calculs sur réseau, dont nous ne parlerons pas ici. D'autre part, on cherche à prédire les propriétés du plasma de quarks et de gluons une fois formé. Ici, des calculs analytiques sont possibles. En effet, si la température ou la densité sont suffisamment élevées, l'énergie moyenne des particules du plasma est suffisante pour que l'interaction forte, dont l'intensité décroît comme l'inverse du logarithme de l'énergie, devienne petite : dans ce cas, on peut traiter les interactions en perturbation, avec des méthodes analogues à celles employées les plasmas classiques ou le gaz d'électrons dans les métaux.

Ce cours est une introduction très élémentaire à l'étude perturbative du plasma de quarks et de gluons, qui a suscité une activité considérable ces dix dernières années, au cours desquelles des progrès significatifs ont été accomplis. Cette étude peut sembler académique, car le plasma qui pourrait être produit dans les expériences de collisions d'ions lourds ultrarelativistes aura une température trop basse pour que des calculs perturbatifs puissent donner des prédictions quantitatives ; cependant, on espère que les phénomènes essentiels resteront, au moins qualitativement, corrects. Le plasma de quarks et de gluons, comme tout plasma relativiste, est essentiellement quantique. Les techniques mises en œuvre pour son étude font donc appel au formalisme de la théorie quantique des champs à température finie. Néanmoins, le temps imparti à ce cours ne nous permet pas de l'exposer, même sommairement. Un exposé récent et pédagogique en est donné dans le livre de Michel le Bellac [1]. Notre propos ici est plutôt d'esquisser le contexte dans lequel s'effectue cette étude et d'évoquer les principaux phénomènes qui entrent en jeu qui, comme on le verra, sont les mêmes que pour un plasma classique.

Dans la plus grande partie de ce cours, nous considérerons, plutôt qu'un plasma de quarks et de gluons, un plasma électromagnétique d'électrons et de photons, dont les constituants et les interactions nous sont plus familiers. Mais cette analogie n'est pas gratuite. En effet, les interactions fortes, au niveau perturbatif, ressemblent beaucoup aux interactions électromagnétiques, les deux étant décrites par des théories de jauge. Les processus élémentaires sont, dans les deux cas, décrits par des diagrammes de Feynman qui se ressemblent : de même qu'un

électron peut émettre ou absorber un photon, un quark peut émettre ou absorber un gluon. Seule l'intensité de l'interaction, c'est à dire la valeur de la charge, est différente. La nouveauté essentielle, dans le cas des interactions fortes, est que les gluons interagissent entre eux directement, ce qui est la spécificité des théories de jauge non abéliennes. Concrètement, cela signifie que les gluons se comportent, dans un plasma, comme des particules chargées. Mais les phénomènes discutés dans ce cours sont les mêmes que pour un plasma ordinaire.

Dans la section 2, nous rappelons quelques résultats sur le gaz parfait relativiste, c'est à dire le plasma sans aucune interaction, qui est le canevas sur lequel on effectue tous les calculs perturbatifs. La section 3, qui est un peu en dehors de notre sujet, présente les divers types de plasmas qu'on rencontre dans la nature, en fonction des grandeurs physiques essentielles (densité, température, interactions) qui les caractérisent. La section 4 est une introduction aux phénomènes de polarisation et d'écrantage caractéristiques des plasmas, relativistes ou non. La section 5 en donne une application possible, la disparition de la particule J/ψ dans un plasma de quarks et de gluons, un des principaux signaux de formation du plasma (voir cours de Michel Gonin). Enfin, la section 6 expose de façon élémentaire un problème de divergence infrarouge caractéristique de ceux rencontrés dans l'étude perturbative des plasmas relativistes.

2 Gaz parfaits quantiques

2.1 Rappels de thermodynamique statistique

On a recours à la physique statistique pour étudier les propriétés d'un système dont on ne connaît pas l'état microscopique, mais sur lequel on dispose d'informations globales : le volume V contenant le système, son énergie totale E , ainsi qu'éventuellement d'autres quantités conservées. Dans le domaine non relativiste, par exemple, le nombre de particules d'une espèce donnée (atomes, etc...) est conservé. Dans un système relativiste, en revanche, ce n'est plus vrai car des réactions de création et d'annihilation sont possibles, néanmoins sujettes à des lois de conservation. Dans un plasma relativiste composé de photons, d'électrons e^- et de positons e^+ , par exemple, il y a des réactions du type $e^-e^- \leftrightarrow e^-e^-\gamma$ (donc le nombre de photons n'est pas conservé) et $e^+e^- \leftrightarrow \gamma\gamma$ (le nombre d'électrons N_{e^-} n'est pas conservé) : la seule quantité conservée sera la charge électrique

qui vaut, à une constante multiplicative près, $Q = N_{e-} - N_{e+}$. Pour un plasma de quarks et de gluons en interaction forte, il y a une loi de conservation pour chaque saveur de quarks, et les nombres conservés seront donc $U \equiv N_u - N_{\bar{u}}$, $D \equiv N_d - N_{\bar{d}}$ et $S \equiv N_s - N_{\bar{s}}$. Les quantités conservées ont toujours des signes opposés pour la particule et son antiparticule.

Par convention et pour des raisons de commodité pratique, on choisit, plutôt que U et D , les combinaisons linéaires formées par le nombre baryonique $B = (U + D + S)/3$ et l'isospin $I_3 = (U - D)/2$. Les trois quantités conservées sont donc B , I_3 et S . La conservation de la charge électrique en découle puisque $Q = (2U - D - S)/3 = I_3 + (B - S)/2$.

Dans l'ensemble grand canonique, on ne suppose pas que l'énergie E et les autres nombres quantiques conservés (imaginons pour simplifier qu'il n'y en ait qu'un, noté N) sont fixés. Au contraire, ils peuvent prendre toutes les valeurs : tous les états quantiques sont permis, mais on attribue à chacun une probabilité proportionnelle à $\exp\left(\frac{-E + \mu N}{k_B T}\right)$, où k_B désigne la constante de Boltzmann. Si le système est suffisamment grand, les lois de probabilité E et N sont très piquées autour d'une valeur moyenne qui dépend de la température T , ainsi que du potentiel chimique μ . Il y a un potentiel chimique par nombre quantique conservé. L'intérêt d'introduire cette probabilité exponentielle apparaît dans le cas du gaz parfait, c'est à dire si les interactions sont très faibles : on peut alors négliger l'énergie potentielle d'interaction, et l'énergie du système E est simplement la somme des énergies cinétiques des particules qui le composent. Chaque particule donne une contribution qui se factorise dans l'exponentielle, et on peut ainsi étudier indépendamment chaque état quantique à une particule.

Le nombre moyen de particules dans un état quantique à une particule d'énergie cinétique E , pour lequel le nombre quantique conservé N vaut 1, est

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{k_B T}\right) \pm 1} \quad (1)$$

avec le signe $+$ pour les fermions (distribution de Fermi-Dirac), et le signe $-$ pour les bosons (distribution de Bose-Einstein). Pour l'antiparticule correspondante, N vaut -1 et il faut remplacer μ par $-\mu$ dans l'expression précédente, ce qu'on traduit en disant que les potentiels chimiques pour la particule et l'antiparticule sont opposés, même si c'est à strictement parler incorrect : ce sont les nombres quantiques conservés qui ont des signes opposés et non le potentiel chimique. De

même, lorsqu'il n'y a pas de nombre quantique conservé, comme par exemple dans le cas du gaz de photons à l'équilibre thermodynamique (dit rayonnement de corps noir), il faut remplacer μ par 0 dans (1), ce qu'on traduit improprement en disant que le potentiel chimique est nul. Il serait plus correct de dire qu'il n'y a pas de potentiel chimique.

On distingue plusieurs régimes pour la fonction de distribution $f(E)$, suivant les valeurs de μ et T . Si $E - \mu \gg k_B T$ pour toutes les valeurs possibles de l'énergie, c'est à dire si μ est négatif et $-\mu \gg k_B T$, alors

$$f(E) \simeq \exp\left(-\frac{E - \mu}{k_B T}\right) \ll 1. \quad (2)$$

Il y donc beaucoup plus d'états quantiques que de particules, c'est à dire que les effets quantiques jouent peu : dans cette limite classique, la loi de répartition est la même pour les fermions que pour les bosons ; c'est la loi de Boltzmann en $\exp(-E/k_B T)$ (figure 1 à gauche), valable par exemple pour les molécules de l'atmosphère. Examinons maintenant l'autre limite où les effets quantiques sont maximaux. Pour les bosons, on a nécessairement $E - \mu > 0$ pour toutes les valeurs de E , sans quoi la fonction $f(E)$ donnée par (1) divergerait, et donc $\mu \leq 0$. Pour les fermions, pas de telle divergence donc $E - \mu$ peut être négatif, donc μ peut être positif. En particulier, si $\mu \gg k_B T$, alors $f(E) \simeq 1$ pour $E < \mu$ et $f(E) \simeq 0$ pour $E > \mu$: les états quantiques jusqu'à l'énergie μ , dite *énergie de Fermi*, sont occupés, tandis que les états au-delà de μ sont vides. C'est la limite du gaz complètement dégénéré (figure 1 à droite), par exemple le gaz d'électrons dans les métaux. Dans la région intermédiaire où μ n'est ni très petit devant $-k_B T$ ni très grand devant $k_B T$, le gaz est quantique sans être dégénéré (figure 1 au milieu). C'est le cas, notamment, du rayonnement de corps noir qui sera étudié un peu plus bas.

Notons que dans le cas d'un gaz relativiste, E désignera en général l'énergie totale, somme de l'énergie cinétique et de l'énergie de masse mc^2 . Dans la figure 1, E par alors de mc^2 et non de 0. On ajoutera par conséquent mc^2 à la valeur du potentiel chimique μ , de telle sorte que $E - \mu$ ne soit pas modifié.

En sommant sur tous les états quantiques à une particule, on obtient les différentes quantités thermodynamiques pour le gaz parfait. Pour un grand système, les états d'énergie sont suffisamment rapprochés pour qu'on puisse remplacer la somme sur les états par une intégrale sur les valeurs de l'impulsion \vec{p} :

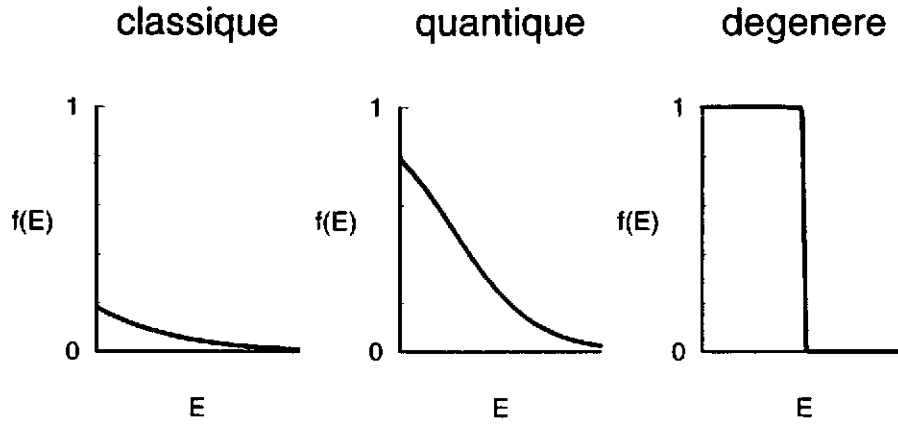


FIG. 1 - Différents régimes pour les fermions, suivant la densité et la température.

$\sum_E \rightarrow g V \int d^3\vec{p}/(2\pi\hbar)^3$, où g désigne le facteur de dégénérescence dû aux différents états de spin (et, pour les quarks et les gluons, de saveur). La densité de particules vaut par conséquent

$$n = \frac{N}{V} = g \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi\hbar)^3} f(E_{\vec{p}}) \quad (3)$$

où $E = \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$. La densité d'énergie vaut de même

$$\varepsilon = \frac{E}{V} = g \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi\hbar)^3} E_{\vec{p}} f(E_{\vec{p}}). \quad (4)$$

La pression s'obtient en calculant la force exercée par les particules lors des chocs élastiques sur les parois. Chaque particule arrivant sur la paroi transmet une impulsion $2|\vec{p}|\cos\theta$ où θ est l'angle entre \vec{p} et la normale à la paroi. Le nombre de particules arrivant par unité de temps et de surface dans l'intervalle $d^3\vec{p}$ vaut $|\vec{v}|\cos\theta f(E_{\vec{p}})d^3\vec{p}/(2\pi\hbar)^3$, où $\vec{v} = \partial E_{\vec{p}}/\partial \vec{p} = \vec{p}c^2/E_{\vec{p}}$ désigne la vitesse de la particule. La moyenne sur les valeurs de θ donne un facteur $\langle \cos^2\theta \rangle = 1/3$, et on obtient ainsi

$$P = g \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\vec{p} \cdot \vec{v}}{3} f(E_{\vec{p}}). \quad (5)$$

On peut alors calculer l'entropie S au moyen de la formule générale $E = -PV + TS + \mu N$.

2.2 Thermodynamique du rayonnement de corps noir

Effectuons ces calculs explicitement dans un cas simple, mais important pour notre propos, celui du gaz de photons ou rayonnement de corps noir. Dans ce

cas, il n'y a pas de potentiel chimique et la masse est nulle: $m = 0$ et donc $E_{\vec{p}} = |\vec{p}|c$. On déduit alors immédiatement des équations (4) et (5) que l'énergie et la pression sont reliées par l'équation $E = 3PV$, à comparer avec $E = (3/2)PV$ pour le gaz parfait non relativiste (monoatomique).

La densité de particules (3) devient, avec un facteur de dégénérescence $g = 2$ correspondant aux deux états de polarisation,

$$n = 2 \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{\exp(E_{\vec{p}}/k_B T) - 1}. \quad (6)$$

En prenant comme variable d'intégration $x = E/k_B T = |\vec{p}|c/k_B T$, on obtient

$$n = \left(\frac{k_B T}{\hbar c}\right)^3 \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1}. \quad (7)$$

L'intégrale est un nombre sans dimension qui vaut $2\zeta(3) \simeq 2,4$. Remarquons que la distance moyenne entre deux particules $n^{-1/3}$ est ici de l'ordre de $\hbar c/k_B T$, c'est à dire du même ordre que la longueur d'onde de de Broglie $\lambda = \hbar/p$ des particules, dont l'impulsion est typiquement $p = E/c \sim k_B T/c$. Par conséquent, le rayonnement de corps noir est essentiellement quantique, ce qui se traduit aussi par le fait que le nombre de particules par état quantique (1) n'est pas petit devant 1. Nous verrons dans la section suivante qu'un gaz relativiste en équilibre thermodynamique est toujours quantique.

La densité d'énergie (4) se calcule de la même façon que la densité de photons :

$$\epsilon = \frac{(k_B T)^4}{(\hbar c)^3} \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{(k_B T)^4}{(\hbar c)^3} \frac{\pi^2}{15}. \quad (8)$$

Elle varie proportionnellement à T^4 : c'est la loi de Planck.

Nous avons, jusqu'ici, raisonné en termes de particules. Nous pouvons aussi voir le rayonnement de corps noir comme un champ électromagnétique fluctuant. Un mode de nombre d'onde \vec{k} est, dans la jauge de Coulomb, décrit par un potentiel vecteur $\vec{A}(\vec{x}, t)$ de la forme

$$\vec{A}(\vec{x}, t) = \vec{\epsilon} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)} \quad (9)$$

où $\vec{\epsilon}$ est un vecteur de polarisation perpendiculaire à \vec{k} , et $\omega = c|\vec{k}|$. Les champs électrique et magnétique pour cette onde valent

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = i\omega \vec{A}$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = i\vec{k} \times \vec{A}. \quad (10)$$

L'impulsion et l'énergie du photon correspondant à ce mode valent $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ et $E = \hbar\omega$.

Nous pourrions nous demander combien valent, par exemple, les fluctuations de $\vec{A}(\vec{x}, t)$ dans le rayonnement de corps noir, c'est à dire la valeur moyenne de $|\vec{A}(\vec{x}, t)|^2$. Il s'agit là d'une quantité purement ondulatoire, qui n'a pas d'équivalent en termes de particules. Ce type de calcul s'effectue de façon systématique par des techniques de théorie quantique des champs à température finie, car le caractère quantique de \vec{A} doit être pris en compte, comme nous le verrons. Cependant, dans ce cas particulier, nous allons pouvoir obtenir le résultat très simplement. Nous connaissons en effet le nombre de photons, et donc l'énergie contenue dans un mode d'impulsion $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, qui vaut $\mathcal{E} = E_{\vec{p}} f(E_{\vec{p}})$, où $f(E_{\vec{p}})$ est donné par l'équation (1). D'autre part, cette énergie s'écrit, en termes de champ électromagnétique,

$$\mathcal{E} = \frac{\epsilon_0}{2} \int (\vec{E}^2 + c^2 \vec{B}^2) d^3\vec{x}. \quad (11)$$

De l'équation (10), on déduit $\vec{E}^2 = \omega^2 \vec{A}^2 = c^2 \vec{B}^2$, et par conséquent, en utilisant l'équation (11), $\epsilon_0 V \vec{A}^2 = \mathcal{E} / \omega^2$. Cette formule nous permet, à partir de l'énergie, de déduire les fluctuations du champ, en divisant par $\omega^2 = (E_{\vec{p}}/\hbar)^2$ pour chaque mode. En comparant avec l'équation (4), on trouve ainsi

$$\langle |\vec{A}(\vec{x}, t)|^2 \rangle = \frac{2\hbar^2}{\epsilon_0} \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{E_{\vec{p}}} f(E_{\vec{p}}). \quad (12)$$

En effectuant le même changement de variable que précédemment, ceci se réécrit

$$\langle |\vec{A}(\vec{x}, t)|^2 \rangle = \frac{(k_B T)^2}{\epsilon_0 \hbar c^3} \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{k_B^2}{\epsilon_0 \hbar c^3} \frac{T^2}{6}. \quad (13)$$

En résumé, le rayonnement de corps noir est un gaz quantique, pour lequel nous savons calculer des quantités "corpusculaires" telles que le nombre de photons, ainsi que des quantités "ondulatoires" telles que les fluctuations moyennes du champ $\vec{A}(\vec{x}, t)$, le lien étant fourni par l'énergie, dont connaissons l'expression à la fois pour la particule et pour l'onde.

Concluons cette section par une remarque importante sur le caractère quantique ou classique des modes du champ électromagnétique. Dans un mode de basse énergie $E \ll k_B T$ du rayonnement de corps noir, le nombre moyen de

photons, donné par (1), est très grand :

$$f(E) \simeq \frac{k_B T}{E} \gg 1. \quad (14)$$

Or, de façon générale, si le nombre de photons dans un mode est très grand, la loi de quantification de l'énergie en multiples entiers de E , qui résulte de l'existence des photons (loi de Planck) ne joue quasiment aucun rôle : on peut considérer que l'énergie varie de manière continue, c'est à dire qu'on peut négliger le caractère quantique de l'onde électromagnétique, et la considérer comme une onde classique. De fait, l'énergie contenue dans le mode d'énergie E est, d'après l'équation précédente

$$E f(E) \simeq k_B T. \quad (15)$$

Ceci correspond bien à l'énergie d'un oscillateur harmonique *classique* à la température T , telle qu'elle est donnée par le théorème d'équipartition de l'énergie. Les modes de basse énergie $E \ll k_B T$ du rayonnement de corps noir se comportent donc comme des ondes classiques. La quantification de l'énergie contenue dans les modes ne devient importante que lorsque l'énergie du mode devient de l'ordre de $k_B T$. Sans cette quantification, l'énergie du corps noir (8) serait divergente : elle tend vers l'infini lorsque \hbar tend vers zéro. C'est d'ailleurs pour cette raison que Planck introduisit en 1900 la notion de quanta.

Au début de cette section, nous avons remarqué que lorsque le nombre moyen de particules par état quantique est très petit, $f(E) \ll 1$, alors on peut négliger les effets ondulatoires et considérer que l'on a des particules classiques. A l'opposé, si $f(E) \gg 1$, on peut considérer que l'on a des ondes (et non plus des particules) classiques. Le fait que les modes de grande longueur d'onde (c'est à dire de basse énergie) se comportent de manière classique est crucial pour l'étude du plasma de quarks et de gluons, comme nous le verrons plus bas.

2.3 Plasma de quarks et de gluons sans interaction

On peut étendre les résultats précédents à un plasma de quarks et de gluons de masse nulle sans interactions, ce qui correspond à la limite de très haute température, où l'interaction forte devient négligeable. En particulier, les particules étant ultrarelativistes, on aura toujours, pour les mêmes raisons que pour le corps noir, l'équation d'état $E = 3PV$. Les calculs sur réseau montrent que cette loi est approximativement vérifiée au delà de $T = 250$ MeV.

Il y a, néanmoins, quelques différences : d'une part il faut prendre en compte, outre le spin, les degrés de liberté de couleur. Il y a 8 couleurs différentes pour les gluons, et 3 pour les quarks. D'autre part, il peut y avoir un potentiel chimique pour les quarks, en raison de la conservation de la saveur par les interactions fortes. Si ce potentiel chimique est nul, il y a autant de quarks que d'antiquarks, ce qui correspond au plasma qui serait formé dans la région de rapidité centrale d'une collision noyau-noyau à très haute énergie (à RHIC ou au LHC, par exemple). Enfin, les quarks sont des fermions et non des bosons. Dans le cas où le potentiel chimique est nul, il suffit de remplacer la distribution de Bose-Einstein par une distribution de Fermi-Dirac dans les équations (7) et (8). Le résultat est identique à un facteur numérique près, donné par les intégrales suivantes :

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x + 1} &= \frac{3}{4} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \frac{3}{4} 2\zeta(3) \\ \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x + 1} &= \frac{7}{8} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{7}{8} \frac{\pi^4}{15}. \end{aligned} \quad (16)$$

3 Plasma électronique : différents régimes

Considérons ici un plasma composé d'électrons de masse m et de charge e , ainsi que d'ions de charges opposée en même nombre, supposés infiniment massifs et immobiles.

Un tel plasma, à l'équilibre thermodynamique, est entièrement décrit par deux paramètres indépendants qui sont la densité d'électrons n et la température T . On distingue différents régimes suivant les valeurs de ces paramètres, suivant que le plasma est

- quantique ou classique
- relativiste ou non
- en interaction négligeable ou non.

Nous allons maintenant exprimer ces trois critères en fonction des paramètres n et T . Les différents cas qui en résultent sont résumés sur la figure 2.

3.1 Quantique ou classique, relativiste ou non ?

Il faut prendre en compte les effets quantiques dès que la contrainte imposée par le principe d'exclusion de Pauli se fait sentir. Deux électrons ne pouvant

occuper le même état quantique, l'impulsion moyenne des électrons doit être au moins de l'ordre de \hbar/L , où L est la distance caractéristique entre deux électrons voisins, de l'ordre de $n^{-1/3}$. On peut donc négliger les effets quantiques dès que l'impulsion des particules est très grande devant $\hbar n^{1/3}$. Dans le cas d'un plasma non relativiste, l'énergie d'une particule d'impulsion p et de masse m est $p^2/2m$, et cette énergie est de l'ordre de $k_B T$. On peut donc négliger les effets quantiques dès que $(\hbar n^{1/3})^2/2m \ll k_B T$. Pour que le plasma soit non relativiste, il faut en outre que l'énergie d'agitation thermique $k_B T$ soit négligeable devant l'énergie de masse mc^2 . Les conditions définissant un plasma classique sont donc

$$\frac{(\hbar n^{1/3})^2}{2m} \ll k_B T \ll mc^2. \quad (17)$$

Des exemples en sont donnés par l'ionosphère, les plasmas interstellaires, ainsi que ceux, beaucoup plus denses, produits dans les tokamaks.

Si, à l'inverse, l'énergie d'agitation thermique est négligeable devant l'énergie cinétique résultant du principe de Pauli (énergie dite "de point zéro"), alors le plasma sera complètement dégénéré :

$$k_B T \ll \frac{(\hbar n^{1/3})^2}{2m} \ll mc^2. \quad (18)$$

C'est le cas notamment pour les électrons dans les métaux.

Voilà pour les plasmas non relativistes. Lorsque le plasma devient relativiste, la situation est différente, car les effets quantiques ne sont jamais négligeables : dès qu'une fraction non négligeable des particules ont une énergie cinétique supérieure à leur énergie de masse, des réactions de création de paire particule-antiparticule sont cinématiquement possibles. Le nombre de particules n'est plus conservé, et par conséquent la densité n est bornée inférieurement par une quantité qui, pour des raisons dimensionnelles, est de l'ordre de $(k_B T/\hbar c)^3$ (voir l'équation (7)). Le rayonnement du corps noir est l'exemple le plus simple de "plasma" relativiste, même si on réserve en général le terme de plasma aux particules chargées.

Si un plasma relativiste ne peut être classique, en revanche il peut être complètement dégénéré s'il est composé de fermions dont l'énergie d'agitation thermique $k_B T$ est beaucoup plus faible que celle d'origine quantique $\hbar c n^{1/3}$, cette dernière étant supérieure à l'énergie de masse mc^2 (pour que le plasma soit relativiste), soit si

$$k_B T \ll \hbar c n^{1/3} \quad \text{et} \quad mc^2 \leq \hbar c n^{1/3}. \quad (19)$$

3.2 Plasma en interaction faible

On peut considérer que les interactions sont négligeables, et donc que le plasma est, en première approximation, un gaz parfait, dès lors que l'énergie potentielle d'interaction est négligeable devant l'énergie cinétique typique. L'ordre de grandeur de l'énergie potentielle d'interaction entre deux particules voisines est $e^2 n^{1/3} / (4\pi\epsilon_0)$. Pour un plasma classique, où l'énergie cinétique par particule est l'énergie d'agitation thermique $k_B T$, cette condition s'écrit donc

$$\frac{e^2 n^{1/3}}{4\pi\epsilon_0} \ll k_B T. \quad (20)$$

Les interactions sont donc d'autant plus négligeables que le plasma est plus dilué.

Pour un plasma dégénéré, où l'énergie cinétique est l'énergie résultant de l'impulsion d'ordre $\hbar n^{1/3}$ imposée par le principe de Pauli, dite "énergie de point zéro", cette condition devient

$$\frac{e^2 n^{1/3}}{4\pi\epsilon_0} \ll \frac{(\hbar n^{1/3})^2}{2m}. \quad (21)$$

Cette fois, les interactions sont d'autant plus faibles que le plasma est dense. La valeur critique n_c de la densité au-delà de laquelle cette approximation est bonne correspond à une distance moyenne entre électrons de l'ordre de

$$n_c^{-1/3} \sim \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} \simeq 0,53 \text{ \AA}, \quad (22)$$

ce qui est précisément le rayon de l'atome d'hydrogène. Dans le cas du gaz d'électrons des métaux, qui est parfaitement dégénéré à température ambiante, la distance moyenne entre électrons est de cet ordre de grandeur, et on ne peut négliger les interactions. Cependant, on les traite habituellement comme des perturbations. De même, nous verrons que l'approximation qui consiste à négliger les interactions n'est pas bonne pour le plasma de quarks et de gluons qui peut être produit dans les collisions de noyaux lourds. On espère cependant rencontrer qualitativement le même succès que dans les métaux par un traitement perturbatif des interactions. Dans les étoiles dites "naines blanches", qui sont beaucoup plus denses que les métaux et où le gaz d'électrons est également dégénéré, l'approximation est meilleure.

Les deux conditions (20) et (21) se rejoignent pour une température critique de l'ordre de

$$k_B T_c = \frac{e^2 n_c^{1/3}}{4\pi\epsilon_0} \sim 2 \times 13,6 \text{ eV}, \quad (23)$$

c'est à dire lorsque l'énergie d'agitation thermique $k_B T$ est de l'ordre de grandeur de l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène. Au-delà, le plasma peut toujours être considéré comme étant en interaction faible (voir figure 2). Notons que l'énergie apparaissant dans l'équation (23) est bien plus petite que l'énergie de masse :

$$\frac{k_B T_c}{mc^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^2 = \frac{\alpha^2}{2} \ll 1 \quad (24)$$

où on a fait apparaître la constante de structure fine $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c \simeq 1/137$. Cet α n'est autre que le "petit paramètre" qui permet, en électrodynamique quantique, de traiter les interactions comme des perturbations, dont les différents ordres sont décrits par les graphes de Feynman : c'est, au facteur 4π près, le carré de la constante de couplage e , exprimée dans le système d'unités dit "naturel" $\epsilon_0 = \hbar = c = 1$, où elle est sans dimension.

Enfin, pour un plasma relativiste, où $n^{1/3}$ est au moins de l'ordre de $k_B T/\hbar c$, la dépendance en température s'élimine dans l'équation (20), qui devient

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \ll 1. \quad (25)$$

Or le premier membre de cette inégalité est simplement la constante de structure fine introduite ci-dessus. Le "petit paramètre" qui permet de négliger les interactions est donc, pour un plasma relativiste, le même que celui qui permet de traiter les processus élémentaires par la théorie des perturbations. Pour un plasma en interaction forte tel que le plasma de quarks et de gluons, cette constante de couplage, notée g au lieu de e , ne sera petite que si la température est très grande devant l'échelle d'énergie des interactions fortes, soit bien au-delà du GeV.

4 Phénomènes de polarisation dans les plasmas

Les interactions entre les particules du plasma produisent des effets à une distance grande devant celle qui sépare deux particules voisines. Ces effets, dits de polarisation, constituent en fait l'essentiel des interactions lorsqu'elles sont faibles. C'est vrai aussi bien pour les plasmas ordinaires que pour le plasma de quarks et de gluons, même si les phénomènes de polarisation sont, pour ces derniers, plus complexes. Nous en donnons un exemple simple, l'écrantage de la charge électrique.

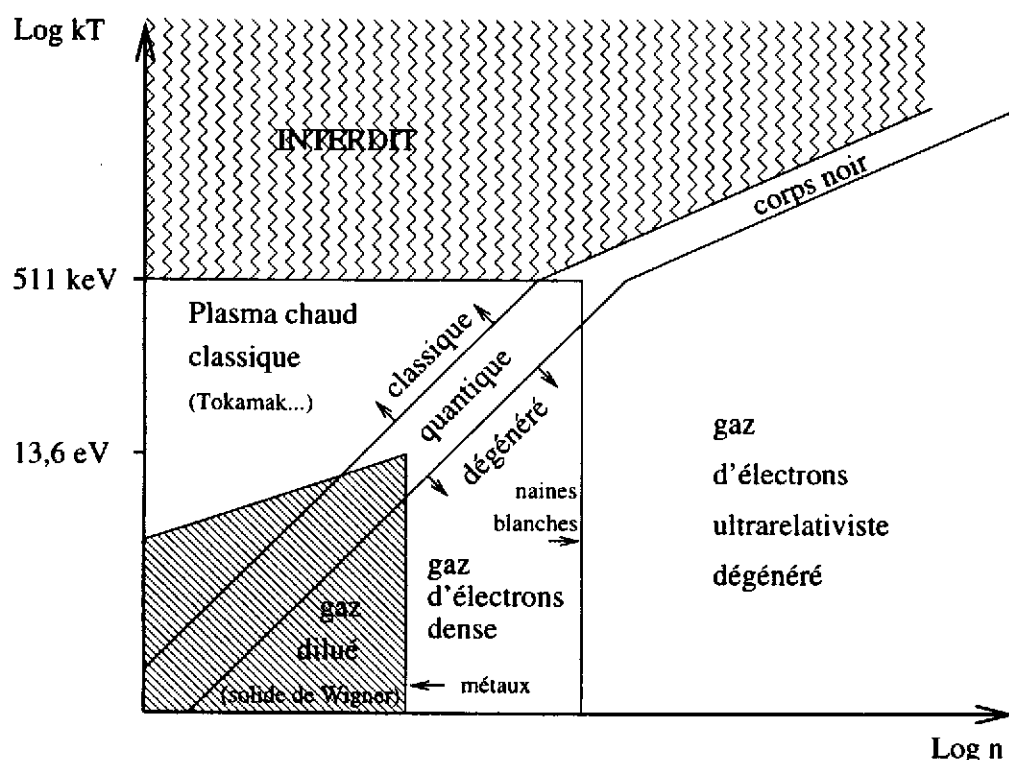


FIG. 2 - Différents régimes, suivant la densité et la température.

4.1 Un exemple de phénomène collectif : l'écrantage du champ électrique

On introduit une charge électrique q en un point fixe du plasma. Que vaut le potentiel électrique $V(\vec{x})$ créé par cette charge ? Pour le déterminer, il faut résoudre l'équation de Poisson qui s'écrit, en choisissant l'origine des coordonnées au point où se trouve la charge extérieure :

$$-\Delta V(\vec{x}) = \frac{\rho(\vec{x})}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \delta^3(\vec{x}) + \rho_{\text{ind}}(\vec{x}). \quad (26)$$

Il faut prendre en compte non seulement la charge ajoutée à l'origine, mais aussi la charge induite par le mouvement des charges du plasma, dont la densité est notée $\rho_{\text{ind}}(\vec{x})$.

Calculons la charge induite par le potentiel $V(\vec{x})$ à l'équilibre thermodynamique. Il suffit pour cela de tenir compte de l'énergie potentielle électrostatique, et de remplacer l'énergie E dans la distribution de Fermi-Dirac par l'énergie

mécanique totale $E + eV(\vec{x})$.

$$f_0(E) = \frac{1}{\exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right) + 1} \rightarrow f(E) \equiv \frac{1}{\exp\left(-\frac{E+eV(\vec{x})-\mu}{k_B T}\right) + 1} \quad (27)$$

Si l'énergie potentielle est petite devant l'énergie cinétique (plasma en interaction faible), c'est à dire $eV \ll E$, alors on peut développer la fonction de distribution $f(E)$ au premier ordre en e dans l'équation précédente :

$$f(E) \simeq f_0(E) + eV(\vec{x}) \frac{df_0}{dE}. \quad (28)$$

En sommant sur tous les états quantiques, on obtient la densité *moyenne* (n'oublions pas que nous avons utilisé une formule de physique statistique) de charges induite par le potentiel, qui est la variation par rapport à la valeur sans le potentiel :

$$\begin{aligned} \rho_{\text{ind}}(\vec{x}) &= 2e \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} (f(E_{\vec{p}}) - f_0(E_{\vec{p}})) \\ &= 2e^2 V(\vec{x}) \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{df_0}{dE_{\vec{p}}} = -\frac{\epsilon_0 V(\vec{x})}{r_D^2} \end{aligned} \quad (29)$$

où on a introduit la longueur d'écran r_D définie par

$$-\frac{1}{r_D^2} \equiv \frac{2e^2}{\epsilon_0} \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{df_0}{dE_{\vec{p}}}. \quad (30)$$

Dans ces équations, le facteur 2 vient des deux états de spin de l'électron. r_D ainsi définie ne dépend que de μ et T . Nous la calculerons dans la section 4.2.

L'équation déterminant $V(\vec{x})$ devient alors

$$-\Delta V(\vec{x}) + \frac{1}{r_D^2} V(\vec{x}) = \frac{q}{\epsilon_0} \delta^3(\vec{x}) \quad (31)$$

Pour $\vec{x} \neq \vec{0}$, cette équation est formellement analogue à l'équation d'onde d'une particule relativiste de masse m , qui s'écrirait $(\hbar^2/c^2)\partial^2 V/\partial t^2 - \hbar^2 \Delta V + (mc)^2 V = 0$ (équation de Klein-Gordon). Prendre en compte les phénomènes de polarisation revient donc, pour ce problème statique, à donner au photon une masse $m = \hbar/r_D c$.

Etant donné la symétrie du problème, il est naturel de chercher une solution à symétrie sphérique. Pour $\vec{x} \neq \vec{0}$, en utilisant l'expression du laplacien en coordonnées sphériques,

$$\Delta V = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (rV) = \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \right) \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \right) V \quad (32)$$

l'équation se récrit

$$\left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r\right)^2 V(r) = \frac{V(r)}{r_D^2}. \quad (33)$$

Deux solutions indépendantes de cette équation différentielle du second ordre sont données par

$$\left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r\right) V = \pm \frac{V}{r_D} \quad (34)$$

qui s'intègre en

$$V(r) = \frac{C}{r} e^{\pm r/r_D}, \quad (35)$$

où C désigne une constante d'intégration. Seule l'exponentielle décroissante est physiquement acceptable. Reste à déterminer la valeur de C . Suffisamment près de la charge, on ne doit pas voir les effets de polarisation, et le champ doit se ramener au champ coulombien : pour $r \rightarrow 0$, on a ainsi $V(r) \sim q/(4\pi\epsilon_0 r)$. On obtient ainsi

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-r/r_D}, \quad (36)$$

qui est un potentiel de Yukawa.

Pour écrire l'équation (31), nous avons utilisé pour la charge induite la valeur moyenne donnée par la physique statistique. Ceci n'est légitime que si les fluctuations sont faibles, c'est à dire s'il y a beaucoup de particules concernées. Il faut, pour cela, que la distance entre les particules du plasma est beaucoup plus petite que la distance typique de variation du potentiel, soit r_D . Par conséquent, il faut que

$$\frac{1}{n^{1/3}} \ll r_D. \quad (37)$$

En utilisant la définition de la longueur d'écran (30), on en déduit son ordre de grandeur :

$$\frac{1}{r_D^2} = -\frac{2e^2}{\epsilon_0} \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{df_0}{dE_{\vec{p}}} \sim \frac{e^2}{\epsilon_0} \frac{n}{\langle E \rangle_{\text{cinétique}}} \quad (38)$$

où $\langle E \rangle_{\text{cinétique}}$ désigne l'énergie cinétique moyenne d'une particule du plasma. La condition (37) se récrit donc

$$\frac{1}{r_D^2 n^{2/3}} = \frac{e^2 n^{1/3}}{\epsilon_0} \frac{1}{\langle E \rangle_{\text{cinétique}}} \sim \frac{\langle E \rangle_{\text{potentielle}}}{\langle E \rangle_{\text{cinétique}}} \ll 1. \quad (39)$$

On en conclut qu'il est légitime de traiter les charges induites de façon continue si le plasma est en interaction faible. Les phénomènes d'écran introduisent alors une

nouvelle échelle de longueur r_D , beaucoup plus grande que la distance moyenne entre particules $n^{-1/3}$, caractéristique des phénomènes de polarisation du plasma. On dit qu'il s'agit de phénomènes collectifs, parce qu'ils font intervenir un grand nombre de particules : le nombre de particules qui se trouvent dans une sphère de rayon r_D qui, d'après la condition précédente, est grand devant l'unité.

4.2 Calcul de la longueur d'écran

Calculons maintenant la longueur d'écran (30) dans deux cas simples. Pour un plasma classique, tout d'abord, dont la fonction de distribution est donnée par $f_0(E) = e^{-(E-\mu)/k_B T}$, on a simplement

$$-\frac{df_0}{dE} = \frac{f_0}{k_B T} \quad (40)$$

et par conséquent l'équation (30) devient

$$\frac{1}{r_D^2} = \frac{e^2 n}{\epsilon_0 k_B T}. \quad (41)$$

Dans un plasma relativiste, comme le plasma de quarks et de gluons qui nous intéresse dans ce cours, le calcul est un peu moins simple. En prenant pour variable l'énergie $E = c|\vec{p}|$, l'intégrale sur l'espace des phases se calcule en intégrant par parties :

$$\begin{aligned} - \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{df_0}{dE_{\vec{p}}} &= - \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty \frac{4\pi E^2 dE}{c^3} \frac{df_0}{dE} \\ &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^\infty \frac{4\pi \times 2E dE}{c^3} f_0(E) \\ &= 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{E_{\vec{p}}} f_0(E_{\vec{p}}). \end{aligned} \quad (42)$$

L'intégrale qui apparaît est la même que dans l'expression des fluctuations du champ électromagnétique (12), à ceci près qu'on a des fermions au lieu de bosons, ce qui introduit un facteur 3/4 d'après l'équation (16). On obtient ainsi le résultat

$$\frac{1}{r_D^2} = \frac{e^2 (k_B T)^2}{\epsilon_0 4(\hbar c)^3}. \quad (43)$$

Plaçons nous dans le système d'unités naturel où $k_B = \epsilon_0 = \hbar = c = 1$. Alors l'ordre de grandeur de r_D est

$$r_D \sim \frac{1}{eT}. \quad (44)$$

r_D nous donne l'échelle des phénomènes collectifs dans le plasma ultrarelativiste. Étant donné que $e \ll 1$, cette échelle est beaucoup plus grande que la distance moyenne entre deux particules voisines $n^{-1/3}$ qui, d'après l'équation (7), vaut environ $n^{-1/3} \sim 1/T$. L'échelle d'énergie des phénomènes collectifs est, dans le système d'unités naturel, $1/r_D \sim eT$, beaucoup plus petite que l'énergie moyenne d'une particule du plasma, d'ordre T .

Pour le plasma de quarks et de gluons, quelques différences : il faut remplacer dans ce qui précède e par la constante de couplage de l'interaction forte, g ; d'autre part, les gluons, étant des particules chargées, contribuent également à l'écrantage. On obtient le résultat en remplaçant dans (43) e^2 par $(N_c + N_f/2)g^2$, où N_c est le nombre de couleurs (c'est le terme d'écrantage par les gluons) et N_f le nombre saveur (écrantage par les quarks).

4.3 Autres effets de polarisation

Le cas exposé ci-dessus est très particulier, puisqu'il s'agit d'un problème statique. Dans le cas de phénomènes dépendant du temps, les calculs sont légèrement plus longs, car on ne peut plus utiliser la fonction de distribution à l'équilibre, comme dans l'équation (27). Il faut résoudre un système d'équations couplées : d'une part l'équation du mouvement des charges du plasma sous l'action de la force de Lorentz exercée par le champ électromagnétique, supposé faible (de même que nous avons traité $eV(\vec{x})$ dans (27) comme une petite correction à l'énergie); d'autre part les équations de Maxwell en présence des charges et courants induits résultant du mouvement des charges. On trouvera ce calcul dans tout livre élémentaire de théorie des plasmas [2].

Qualitativement, il faut comprendre que les phénomènes de polarisation modifient de façon importante ce qui a lieu à l'échelle de la longueur d'écran r_D : bien que les interactions aient été supposées faibles, la modification du potentiel créé par une charge ponctuelle (36), elle, n'est pas faible dès que $r > r_D$. En revanche, à une distance petite devant r_D , les interactions n'apporteront que de petites corrections.

Ce qui précède vaut pour tous les plasmas, relativistes ou non. Expliquons maintenant, sans entrer dans les détails, la spécificité des plasmas relativistes. Rappelons tout d'abord la remarque faite à la fin de la section 2.2 : nous avons montré que les modes du champ électromagnétique d'énergie très petite devant

T (nous avons pris $k_B = 1$) se comportent comme des ondes classiques. En particulier, les modes du champ électromagnétique associés aux phénomènes de polarisation ont, d'après la fin de la section 4.2, une énergie d'ordre eT , très petite devant T , et se comportent donc de manière classique. C'est ce qui justifie que nous ayons pu écrire une équation de Poisson classique dans la section 4.2. Par contre, on doit prendre en compte la quantification de l'énergie pour les modes dont l'énergie est d'ordre T . Redisons ceci en des termes un peu différents. Les modes du champ électromagnétique dont l'énergie est de l'ordre de T sont peu affectés par les interactions, et se comportent comme des photons libres. Les modes dont l'énergie est de l'ordre de eT , eux, sont fortement modifiés et, d'autre part, se comportent comme des ondes classiques. On est donc amené à séparer, à tous les niveaux, les deux échelles d'énergie eT et T .

La nouveauté essentielle, dans le plasma relativiste, est que les électrons vont à la même vitesse que les photons, et présentent eux aussi des phénomènes de polarisation similaires. C'est à dire que les électrons dont l'énergie est de l'ordre de eT verront leur propagation fortement modifiée par les effets de milieu, tandis que ceux dont l'énergie est de l'ordre de T interagissent peu. Alors que, dans le plasma classique, on était amené à écrire deux équations différentes pour les électrons (la force de Lorentz) et pour le champ électromagnétique (les équations de Maxwell), on écrira maintenant des équations différentes non plus seulement suivant la nature des particules, mais surtout suivant leur énergie : pour les modes d'énergie $\sim T$, traités comme des particules en mouvement presque uniforme, l'équation du mouvement sous l'action des modes collectifs, et pour les modes d'énergie $\sim eT$, traités comme des ondes classiques, leur modification sous l'effet des charges et courants induits [3].

Historiquement, la prise en compte des phénomènes de polarisation dans les plasmas ultrarelativistes a été effectuée correctement et complètement par des resommations de diagrammes [4] puis reexprimée en termes d'équations d'onde et d'équations cinétiques couplées comme on l'a expliqué ci-dessus [5].

5 Une conséquence de l'écrantage : la suppression du J/ψ

La particule J/ψ est un état lié d'un quark c et d'un antiquark \bar{c} . Ces quarks ayant une masse de 1,5 GeV, beaucoup plus grande que l'échelle caractéristique des interactions fortes 0,2 GeV, l'état lié est correctement décrit par un modèle de quarks non relativistes liés par un potentiel, c'est à dire qu'il est grosso modo analogue à l'atome d'hydrogène.

Commençons donc par quelques rappels sur l'atome d'hydrogène en mécanique quantique. Un état lié d'énergie E est décrit par une équation de Schrödinger

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = E\psi, \quad (45)$$

où $\vec{p} \equiv (\hbar/i)\vec{\nabla}$, et m est la masse réduite du système électron-proton, $m \equiv m_e m_p / (m_e + m_p)$. Les paramètres dimensionnés intervenant dans ce problème sont m , \hbar et $e^2/(4\pi\epsilon_0)$. Ces trois quantités permettent de définir une masse, une longueur et un temps caractéristiques de ce problème, ainsi que toutes les combinaisons désirées. Par exemple, la vitesse de l'électron sera de l'ordre de

$$v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} = \alpha c \quad (46)$$

où $\alpha \simeq 1/137$ est la constante de structure fine introduite plus haut. L'atome d'hydrogène est donc non relativiste dès lors que $\alpha \ll 1$. La taille caractéristique de l'atome est la longueur d'onde de de Broglie \hbar/p , où $p = mv$, soit

$$R = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2}. \quad (47)$$

Dans le système d'unités où $\hbar = c = 1$, ceci se récrit

$$R = \frac{1}{m\alpha}. \quad (48)$$

Pour le système lié $c\bar{c}$, la masse réduite vaut $m = m_c/2$, et il faut remplacer dans les expressions précédentes α par la constante de couplage caractéristique de l'interaction forte, notée $\alpha_s = g^2/(4\pi)$. De l'équation (46), on déduit que l'état lié est non relativiste dès lors que $\alpha_s \ll 1$. C'est une approximation correcte pour les quarks lourds, l'intensité de l'interaction forte diminuant avec l'échelle d'énergie,

donnée ici par la masse des quarks lourds. Le rayon donné par (48) vaut quant à lui $R = 2/(m_c \alpha_s)$, un peu moins d'un fermi.

Dans un plasma, le potentiel d'interaction est écranté, et il est naturel que l'état lié disparaisse lorsque la longueur d'écran devient plus petite que la taille de l'état lié [6], soit lorsque $r_D < R$. Nous avons vu dans la section précédente que dans le système d'unités naturel, $r_D \sim 1/(gT)$, tandis que $R \sim 1/(m_c \alpha_s) \sim 1/(m_c g^2)$. L'état lié va donc disparaître dès que $T > m_c g$, en ordre de grandeur.

La température de dissociation est donc sensiblement plus basse que la masse du quark c , puisque g est inférieur à 1. Pour dissocier un état lié $b\bar{b}$, il faudra une température plus élevée puisque le quark b est trois fois plus lourd que le quark c .

Pour effectuer un calcul quantitatif, il faudrait tout d'abord connaître le potentiel liant les deux quarks, qu'on ne peut estimer que par des calculs sur réseau, car on n'est pas dans un régime où l'approximation de faible couplage $g \ll 1$ est bonne. D'autre part, si la condition $\alpha_s \ll 1$ n'est pas remplie, suivant la discussion de la section 3, l'approximation d'un plasma en interaction faible n'est plus très bonne, et la description de l'effet du plasma en terme de potentiel écranté n'est pas légitime, comme on l'a vu dans la section 4.1. Il est possible que la suppression du J/ψ observée au CERN par la collaboration NA50 dans les collisions Pb-Pb à 160 GeV par nucléon, soit un effet de l'écrantage par le plasma de quarks et de gluons qui y serait formé (voir cours de Michel Gonin).

6 Taux d'amortissement des électrons

Cette dernière section expose un problème plus académique que le précédent, mais néanmoins caractéristique des difficultés rencontrées dans l'étude perturbative des théories de jauge à température finie. De façon générale, les interactions de jauge sont véhiculées par des particules de masse nulle (photon, gluon) et sont par conséquent de portée infinie, ce qui est à l'origine de nombreux problèmes de divergence à grande distance, dites divergences infrarouges.

Considérons par exemple un plasma électromagnétique, et calculons la probabilité qu'un électron du plasma, d'énergie E , soit dévié pendant un temps infiniment court dt . On s'attend à ce que cette probabilité soit proportionnelle à dt , donc de la forme Γdt , et on appelle Γ le taux d'amortissement de cet électron. Γdt est la probabilité que l'électron entre en collision avec un autre électron du

plasma dans le temps dt . La probabilité que l'électron n'ait subi aucune collision au bout d'un temps t décroît exponentiellement :

$$p(t) = e^{-\Gamma t} \quad (49)$$

En notant σ la section efficace d'interaction et n la densité d'électrons susceptibles de le dévier, supposés immobiles, un calcul élémentaire montre que $\Gamma = 1/(\sigma n v)$ où v est la vitesse de l'électron.

Mais dans le cas de l'interaction électromagnétique, la section efficace totale σ est infinie. En effet, la section efficace différentielle de collision d'un électron d'énergie E avec une charge fixe par unité d'angle solide $d\Omega$ est donnée par la formule de Rutherford qui s'écrit dans le système d'unités naturel (que nous adopterons ici)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \theta/2} \quad (50)$$

où θ est l'angle de déviation. En intégrant sur θ , on trouve une divergence quadratique pour $\theta \rightarrow 0$:

$$\sigma = \int_0^\pi \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \theta/2} 2\pi \sin \theta d\theta \sim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\alpha^2}{E^2} \int \frac{d\theta}{\theta^3} \sim \frac{\alpha^2}{E^2 \theta_{\min}^2} \quad (51)$$

Cette divergence est reliée à la portée infinie de l'interaction : aussi loin que l'on passe d'un électron du plasma, on sera toujours dévié, bien que d'un angle infinitésimal.

En mécanique quantique, la section efficace totale n'est finie que si le potentiel d'interaction décroît plus vite que $1/r^2$ à l'infini, ce qui n'est pas le cas pour le potentiel coulombien. Cependant, nous sommes dans un plasma, et nous savons (voir l'équation (36)) que le potentiel est écranté et décroît exponentiellement à l'infini. Par conséquent, la section efficace totale doit converger, et avec elle le taux d'amortissement, si on inclut les effets d'écran. Ceux-ci deviennent importants, on l'a vu, dès que la longueur d'onde du champ électromagnétique est plus grande que la longueur de Debye r_D . Or la variation d'impulsion de l'électron au cours de la collision vaut $2p \sin \theta/2$, soit environ $p\theta$ pour une petite déviation. La longueur d'onde correspondante pour le champ électromagnétique (qui transmet à l'électron cette différence d'impulsion) est $1/(p\theta)$. Les effets d'écran entrent donc en jeu pour $1/(p\theta) > r_D$, soit $\theta > \theta_{\min} \sim 1/(pr_D)$. Pour les déviations plus faibles, le potentiel devient négligeable en raison de l'effet d'écran et la section

efficace converge. Pour un électron ultrarelativiste, $p = E$ et en remplaçant dans l'équation (51), on trouve ainsi l'ordre de grandeur

$$\sigma \sim \alpha^2 r_D^2 \sim \frac{e^2}{T^2} \quad (52)$$

où nous avons utilisé le fait que $r_D \sim 1/(eT)$. Ceci correspond à un taux d'amortissement

$$\Gamma = \sigma n \sim e^2 T, \quad (53)$$

sachant que n est d'ordre T^3 d'après l'équation (7).

L'argument qui précède est correct dans un plasma non relativiste, et on obtient un résultat fini pour le taux d'amortissement. Dans un plasma relativiste, malheureusement, c'est moins simple. En effet, l'électron diffuseur n'est pas fixe, mais en mouvement relativiste. Par conséquent il émet, outre le champ électrique coulombien, un champ magnétique du même ordre de grandeur. Il faut donc prendre en compte, dans un plasma relativiste, les interactions magnétiques, du même ordre de grandeur que les interactions électrostatiques. C'est là que le bât blesse, car contrairement au champ électrique, un champ magnétique statique n'est *pas* écranté!

Expliquons en quelques mots pourquoi, car c'est un point important: c'est l'origine même de la plupart des problèmes de divergence infrarouge rencontrés dans l'étude du plasma de quarks et de gluons. Un champ magnétique statique peut être modifié s'il induit des courants dans le plasma, puisque $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j}$. Sous l'action d'un champ magnétique \vec{B} , les particules du plasma obéissent à la force de Lorentz

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (54)$$

La composante de \vec{p} parallèle à \vec{B} n'est pas modifiée, tandis que les composantes perpendiculaires \vec{p}_\perp tournent autour de \vec{B} à la vitesse angulaire qB/m . La distribution des vitesses étant au départ isotrope, elle le reste et il n'y a pas de courant induit, donc pas d'écrantage. En revanche, si le champ magnétique dépend du temps, il crée un champ électrique, et un écrantage en résulte.

Quelles sont les collisions électron-électron correspondant à l'échange d'un champ magnétique statique, celles qui posent problème? Qui dit statique dit force indépendante du temps, et par conséquent conservation de l'énergie. Notons \vec{p}_i et \vec{p}_f les impulsions de l'électron avant et après la collision. Si l'énergie est conservée,

alors $\vec{p}_i^2 = \vec{p}_f^2$ donc $(\vec{p}_i - \vec{p}_f) \cdot (\vec{p}_i + \vec{p}_f) = 0$. Autrement dit, la différence d'impulsion $\vec{q} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ fait un angle droit avec $\vec{p}_i + \vec{p}_f$, c'est à dire avec \vec{p}_i dans le cas où la déviation est faible (\vec{p}_i et \vec{p}_f sont alors peu différents). Donc la différence d'impulsion encaissée est presque orthogonale à la direction d'incidence. En se plaçant maintenant du point de vue de l'autre électron, celui qui crée la diffusion, on en déduit qu'il arrive exactement dans la direction inverse.

Les collisions qui créent problème sont donc celles avec les électrons arrivant dans la direction opposée, qui ne constituent qu'une toute petite partie des électrons du plasma. Il en résulte une divergence logarithmique dans la section efficace, au lieu de la divergence quadratique de l'équation (51). L'origine de ce logarithme est plus technique, car il faut regarder comment les champs magnétiques "presque statiques", correspondant à des collisions presque frontales, sont écrantés. La solution de ce problème, qui dépasse le niveau de ce cours, a été obtenue récemment pour le plasma électromagnétique [7]. La notion de taux d'amortissement n'est plus pertinente pour ce problème, puisqu'il est infini. En revanche, on peut calculer la probabilité que l'électron n'ait pas interagi au bout d'un temps t . La décroissance, au lieu d'être exponentielle comme dans l'équation (49), est plus rapide :

$$p(t) = \exp \left(-\frac{e^2 T}{\pi} t \log t \right). \quad (55)$$

Une décroissance non exponentielle correspond à un effet de "mémoire" du système. En effet, les probabilités d'interagir entre 0 et t_1 et entre t_1 et t_2 ne sont plus indépendantes. Aucune explication physique simple de ce phénomène n'a encore été trouvée.

7 Conclusions

Des progrès essentiels ont été effectués au cours des dix dernières années dans l'étude perturbative du plasma de quarks et de gluons à haute température : dans un premier temps, on a appris à traiter correctement les phénomènes de polarisation, plus complexes que dans les plasmas ordinaires, et on a montré qu'ils correspondent à des modes de grande longueur d'onde du plasma, qui se comportent comme des ondes classiques. Des techniques diagrammatiques adaptées ont été mises en œuvre pour les calculs de théorie des champs à température finie. Ensuite, certains problèmes de divergence infrarouge ont été résolus, comme celui

du taux d'amortissement du fermion. Ces progrès ont permis de mener à bien des calculs phénoménologiques qui n'ont pas été abordés dans ce cours, notamment la production de photons et de dileptons dans un plasma chaud, le ralentissement des "jets" traversant un plasma, qui pourraient trouver une confirmation dans les expériences prochaines du RHIC et du LHC. Néanmoins, tous ces calculs ne concernent que des plasmas en équilibre thermodynamique, ou proches de l'équilibre. Aucun formalisme rigoureux et utilisable n'existe encore pour les plasmas loin de l'équilibre, qui sont peut-être (disent les pessimistes) les seuls que l'on saura produire en laboratoire dans les collisions d'ions lourds.

Références

- [1] M. le Bellac, *Thermal Field Theory*, Cambridge monographs on mathematical physics, 1996.
- [2] E. M. Lifshitz et L. P. Pitaevskii, *Physical kinetics*, Landau-Lifshitz volume 10, Pergamon Press, 1921.
- [3] J.-P. Blaizot, J.-Y. Ollitrault and E. Iancu, "Collective Phenomena in the Quark-Gluon Plasma", publié dans *Quark-Gluon Plasma II*, édité par R. C. Hwa, World Scientific, Singapore, 1996.
- [4] E. Braaten and R.D. Pisarski, Nucl. Phys. **B337** (1990) 569.
- [5] J.P. Blaizot and E. Iancu, Nucl. Phys. **B390** (1993) 589; Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 3376; Nucl. Phys. **B417** (1994) 608.
- [6] T. Matsui and H. Satz, Phys. Lett. **B178**, 416 (1986).
- [7] Voir J.-P. Blaizot, E. Iancu, Phys. Rev. Lett. **76**, 3080 (1996) et Phys. Rev. **D 55**, 973 (1997) et les références citées.